СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Факультет *Математики и информационных технологий*
Кафедра *Фундаментальной математики*

Аннотация рабочей программы дисциплины (модуля)

дисциплина *Б1.В.02 Элементы теории функций и функционального анализа*

часть, формируемая участниками образовательных отношений

Направление

44.03.05 *Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*
код наименование направления

Программа

Математика, Информатика

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2023 г.

Стерлитамак 2023

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Использует знания основ математической теории и имеет представление о широком спектре приложений математики	Обучающийся должен знать: основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений
	ПК-2.2. Применяет основы математической теории в решении научно-практических задач	Обучающийся должен уметь: применять основы математической теории в решении научно-практических задач; функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей
	ПК-2.3. Реализует инструментарий формально-логической концепции математики при построении физических и математических моделей	Обучающийся должен владеть: инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении физических и математических моделей процессов и явлений

2. Цели и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Цели изучения дисциплины:
1. оснастить студентов математическим аппаратом, необходимым для применения математических методов в практической деятельности и в исследованиях;
2. познакомить студентов с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы функционального анализа;
3. дать студентам знания по метрическим пространствам, функционалам и операторам в банаховых пространствах, необходимые для понимания других математических дисциплин.
Дисциплина «Элементы теории функций и функционального анализа» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 6 семестре

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 5 зач. ед., 180 акад. ч.

Объем дисциплины	Всего часов
	Очная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины	180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	16
практических (семинарских)	32
лабораторных	16
другие формы контактной работы (ФКР)	1,2
Учебных часов на контроль (включая часы подготовки):	34,8
экзамен	
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	80

Формы контроля	Семестры
экзамен	6

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

№ п/п	Наименование раздела / темы дисциплины	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
		Контактная работа с преподавателем			СР
		Лек	Пр/Сем	Лаб	
1	**Линейные, нормированные и банаховы пространства**	**6**	**12**	**6**	**30**
1.1	Линейные нормированные пространства	1	2	1	5
1.2	Банаховы пространства	1	2	1	5
1.3	Пространства со скалярным произведением	1	2	1	5
1.4	Гильбертовы пространства	1	2	1	5
1.5	Метрические пространства	1	2	1	5
1.6	Пространства Лебега и Соболева	1	2	1	5
2	**Линейные операторы**	**4**	**8**	**4**	**20**
2.1	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	1	2	1	5
2.2	Пространство ограниченных линейных операторов	1	2	1	5
2.3	Обратные операторы	1	2	1	5

2.4	Замкнутые операторы	1	2	1	5
3	**Сопряженные пространства и операторы**	**4**	**8**	**4**	**20**
3.1	Непрерывные линейные функционалы	1	2	1	5
3.2	Сопряженные пространства	1	2	1	5
3.3	Слабая сходимость, рефлексивность	1	2	1	5
3.4	Сопряженные операторы	1	2	1	5
4	**Компактные множества и вполне непрерывные операторы**	**2**	**4**	**2**	**10**
4.1	Компактные множества в нормированных пространствах	1	2	1	5
4.2	Линейные вполне непрерывные операторы	1	2	1	5
	Итого	**16**	**32**	**16**	**80**

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Курс лекционных занятий

№	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1	**Линейные, нормированные и банаховы пространства**	
1.1	Линейные нормированные пространства	Определение и примеры линейных пространств (л.п.), линейная зависимость и линейная независимость элементов, конечномерные и бесконечномерные л.п, линейные многообразия, изоморфизм л.п., выпуклые множества в л.п.. Определение и примеры нормированных пространств (н.п.), метрические пространства, предел последовательности в н.п., неравенства Гельдера и Минковского для сумм и интегральные. Открытое и замкнутое множества, предельная точка множества, внешняя, внутренняя и граничная точки множества, эквивалентность норм в конечномерных н.п., подпространства н.п., линейные многообразия, плотные в н.п., изоморфизм, изометрия и вложение н.п..
1.2	Банаховы пространства	Определение и примеры Банаховых пространств (б.п.), ряды в н.п. и б.п., б.п. со счетным базисом и сепарабельные пространства, принцип вложенных шаров, множества I и II категории.
1.3	Пространства со скалярным произведением	Определение и примеры Евклидовы пространства (е.п.), неравенство Коши-Буняковского, ортогональные и ортонормированные системы, процесс ортогонализации Шмидта, свойства скалярного произведения.
1.4	Гильбертовы пространства	Определение и примеры гильбертовых пространств (г.п.), расстояние от точки до замкнутого выпуклого множества, расстояние от точки до подпространства, ортогональные дополнения, ряды Фурье в г.п., неравенство Бесселя, полные ортогональные системы, равенство Парсеваля, ортогональные разложения в г.п..

1.5	Метрические пространства	Определение и примеры метрических пространств.
1.6	Пространства Лебега и Соболева	Теорема о пополнении пространства Лебега. Пополнение пространств со скалярным произведением. Пространства Лебега. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных и банаховых пространств. Множества меры нуль, эквивалентные функции, сходимость почти всюду и сходимость в среднем, функции, интегрируемые по Лебегу, основные свойства). Интеграл Римана и интеграл Лебега. Пространства Соболева (определение, H1(a,b), обобщенная производная, теорема вложения, абсолютная непрерывность функций из H1(a,b), H1(G), H◦1(G)).
2	**Линейные операторы**	
2.1	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	Определение оператора, взаимно однозначные операторы, суперпозиция операторов, операторы в н.п., предел и непрерывность. Определение линейных операторов (л.о.), непрерывные л.о., ограниченные л.о., их эквивалентность, примеры л.о.
2.2	Пространство ограниченных линейных операторов	Нормированное пространство линейных операторов L(X,Y), равномерная сходимость л.о., ряды в L(X,Y), пространство L(X)). Сильная сходимость в L(X,Y), принцип равномерной ограниченности, продолжение л.о. по непрерывности.
2.3	Обратные операторы	Множество нулей N(A), критерий существования ограниченного обратного оператора, теорема Банаха. Примеры обратных операторов (о.о.), левый и правый о.о.
2.4	Замкнутые операторы	Прямая сумма б.п., график оператора, замкнутый оператор. Теорема Банаха о замкнутом графике и ее следствия, норма графика и эквивалентные ей нормы.
3	**Сопряженные пространства и операторы**	
3.1	Непрерывные линейные функционалы	Определение непрерывного линейного функционала. Теорема Хана-Банаха и ее следствия.
3.2	Сопряженные пространства	Определение сопряженного пространства, два вида сходимости в сопряженном пространстве, теорема Рисса об общем виде линейных функционалов в гильбертовом пространстве, рефлексивные пространства, слабая сходимость в нормированных пространствах.
3.3	Слабая сходимость, рефлексивность	Рефлексивные пространства, слабая сходимость в нормированных пространствах.
3.4	Сопряженные операторы	Определение сопряженного оператора, самосопряженные операторы, неотрицательные операторы, определение симметрического оператора, операторы ортогонального проектирования.
4	**Компактные множества и вполне непрерывные операторы**	
4.1	Компактные множества в нормированных пространствах	Компактные множества, бикомпактные множества, компактные множества в нормированных пространствах, критерий компактности Хаусдорфа, компактность и конечномерность, теорема Арцела, слабая компактность.
4.2	Линейные вполне непрерывные	Определение вполне непрерывного оператора, вполне непрерывные операторы и слабая сходимость, теорема

	операторы	Шаудера.

Курс практических/семинарских занятий

№	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1	**Линейные, нормированные и банаховы пространства**	
1.1	Линейные нормированные пространства	Определение и примеры линейных пространств (л.п.), линейная зависимость и линейная независимость элементов, конечномерные и бесконечномерные л.п, линейные многообразия, изоморфизм л.п., выпуклые множества в л.п.. Определение и примеры нормированных пространств (н.п.), предел последовательности в н.п., неравенства Гельдера и Минковского для сумм и интегральные. Открытое и замкнутое множества, предельная точка множества, внешняя, внутренняя и граничная точки множества, эквивалентность норм в конечномерных н.п., подпространства н.п.
1.2	Банаховы пространства	Определение и примеры Банаховых пространств (б.п.), ряды в н.п. и б.п., б.п. со счетным базисом и сепарабельные пространства, принцип вложенных шаров, множества I и II категории.
1.3	Пространства со скалярным произведением	Определение и примеры Евклидовы пространства (е.п.), неравенство Коши-Буняковского, ортогональные и ортонормированные системы, процесс ортогонализации Шмидта, свойства скалярного произведения.
1.4	Гильбертовы пространства	Определение и примеры гильбертовых пространств (г.п.), ортогональные дополнения, ряды Фурье в г.п., ортогональные разложения в г.п.
1.5	Метрические пространства	Определение и примеры метрических пространств.
1.6	Пространства Лебега и Соболева	Множества меры нуль, эквивалентные функции, сходимость почти всюду и сходимость в среднем, функции, интегрируемые по Лебегу, основные свойства. Интеграл Римана и интеграл Лебега. Пространства Соболева (определение, H1(a,b), обобщенная производная, теорема вложения, абсолютная непрерывность функций из H1(a,b), H1(G), H◦1(G)).
2	**Линейные операторы**	
2.1	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	Определение оператора, взаимно однозначные операторы, суперпозиция операторов, операторы в н.п., предел и непрерывность. Определение линейных операторов (л.о.), непрерывные л.о., ограниченные л.о., их эквивалентность, примеры л.о.
2.2	Пространство ограниченных линейных операторов	Нормированное пространство линейных операторов L(X,Y), равномерная сходимость л.о., ряды в L(X,Y), пространство L(X). Сильная сходимость в L(X,Y).
2.3	Обратные операторы	Множество нулей N(A), критерий существования ограниченного обратного оператора, теорема Банаха. Примеры обратных операторов (о.о.), левый и правый о.о.
2.4	Замкнутые операторы	Прямая сумма б.п., график оператора, замкнутый оператор.

		Теорема Банаха о замкнутом графике и ее следствия, норма графика и эквивалентные ей нормы.
3	**Сопряженные пространства и операторы**	
3.1	Непрерывные линейные функционалы	Определение непрерывного линейного функционала. Теорема Хана-Банаха и ее следствия.
3.2	Сопряженные пространства	Определение сопряженного пространства, два вида сходимости в сопряженном пространстве, теорема Рисса об общем виде линейных функционалов в гильбертовом пространстве, рефлексивные пространства, слабая сходимость в нормированных пространствах.
3.3	Слабая сходимость, рефлексивность	Рефлексивные пространства, слабая сходимость в нормированных пространствах.
3.4	Сопряженные операторы	Определение сопряженного оператора, самосопряженные операторы, неотрицательные операторы, определение симметрического оператора, операторы ортогонального проектирования.
4	**Компактные множества и вполне непрерывные операторы**	
4.1	Компактные множества в нормированных пространствах	Компактные множества, бикомпактные множества, компактные множества в нормированных пространствах, критерий компактности Хаусдорфа, компактность и конечномерность, теорема Арцела, слабая компактность.
4.2	Линейные вполне непрерывные операторы	Определение вполне непрерывного оператора, вполне непрерывные операторы и слабая сходимость, теорема Шаудера.

Курс лабораторных занятий

№	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1	**Линейные, нормированные и банаховы пространства**	
1.1	Линейные нормированные пространства	Лабораторная работа 1
1.2	Банаховы пространства	Лабораторная работа 1
1.3	Пространства со скалярным произведением	Лабораторная работа 2
1.4	Гильбертовы пространства	Лабораторная работа 2
1.5	Метрические пространства	Лабораторная работа 3
1.6	Пространства Лебега и Соболева	Лабораторная работа 3
2	**Линейные операторы**	
2.1	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	Лабораторная работа 4
2.2	Пространство ограниченных линейных операторов	Лабораторная работа 4
2.3	Обратные операторы	Лабораторная работа 5
2.4	Замкнутые операторы	Лабораторная работа 5
3	**Сопряженные пространства и операторы**	
3.1	Непрерывные линейные функционалы	Лабораторная работа 6
3.2	Сопряженные пространства	Лабораторная работа 6
3.3	Слабая сходимость, рефлексивность	Лабораторная работа 7
3.4	Сопряженные операторы	Лабораторная работа 7
4	**Компактные множества и вполне непрерывные операторы**	
4.1	Компактные множества в нормированных пространствах	Лабораторная работа 8
4.2	Линейные вполне непрерывные операторы	Лабораторная работа 8