

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 30.10.2023 14:01:21  
Уникальный программный ключ:  
b683afe664d7e9f64175886cf9626a196149ad36

СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Факультет  
Кафедра

*Математики и информационных технологий*  
*Фундаментальной математики*

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

дисциплина

*Б1.О.17 Дифференциальные уравнения*

обязательная часть

Направление

*44.03.05*  
код

*Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*  
наименование направления

Программа

*Математика, Информатика*

Форма обучения

**Очная**

Для поступивших на обучение в  
**2023 г.**

Разработчик (составитель)  
*доктор физ.-мат. наук, заведующий кафедрой*  
*Кожевникова Л. М.*  
ученая степень, должность, ФИО

<b>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Цели и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....</b>	<b>3</b>
<b>3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся .....</b>	<b>4</b>
<b>4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....</b>	<b>4</b>
4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах).....	4
4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам) .....	5
<b>5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....</b>	<b>8</b>
<b>6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) .....</b>	<b>10</b>
6.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) .....	10
6.2. Перечень электронных библиотечных систем, современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем .....	10
6.3. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства .....	11
<b>7. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) .....</b>	<b>11</b>

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

<b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Использует знания основ математической теории и имеет представление о широком спектре приложений математики	Обучающийся должен: знать основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; иметь представление о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений;
	ПК-2.2. Применяет основы математической теории в решении научно-практических задач	Обучающийся должен: уметь применять основы математической теории в решении научно-практических задач; функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей;
	ПК-2.3. Реализует инструментарий формально-логической концепции математики при построении физических и математических моделей	Обучающийся должен: владеть инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении физических и математических моделей процессов и явлений;

**2. Цели и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Цели изучения дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

усвоение студентами знаний в области обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости, а также получение практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дисциплина изучается на 2, 3 курсах в 4, 5 семестрах

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 7 зач. ед., 252 акад. ч.

Объем дисциплины	Всего часов
	Очная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины	252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	40
практических (семинарских)	72
другие формы контактной работы (ФКР)	0,4
Учебных часов на контроль (включая часы подготовки):	
зачет	
дифференцированный зачет	
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	139,6

Формы контроля	Семестры
зачет	4
дифференцированный зачет	5

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)**

№ п/п	Наименование раздела / темы дисциплины	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
		Контактная работа с преподавателем			СР
		Лек	Пр/Сем	Лаб	
<b>1</b>	<b>Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	<b>20</b>	<b>36</b>	<b>0</b>	<b>63,8</b>
1.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка	10	20	0	30
1.2	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	8	12	0	29,8
1.3	Применение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка к изучению колебательных процессов	2	4	0	4
<b>2</b>	<b>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>0</b>	<b>16</b>
2.1	Общая теория систем обыкновенных дифференциальных уравнений	4	4	0	8

2.2	Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка	6	8	0	8
<b>3</b>	<b>Качественная теория решений дифференциальных уравнений и их систем</b>	<b>10</b>	<b>24</b>	<b>0</b>	<b>59,8</b>
3.1	Теория устойчивости	4	8	0	30
3.2	Особые точки д.у. 1-го порядка	2	6	0	10
3.3	Фазовая плоскость	2	4	0	10
3.4	Краевые задачи для ЛДУ 2-го порядка	2	6	0	9,8
	<b>Итого</b>	<b>40</b>	<b>72</b>	<b>0</b>	<b>139,6</b>

#### 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Курс лекционных занятий

№	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
<b>1</b>	<b>Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	
1.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка	<p>Общие понятия и определения обыкновенных дифференциальных уравнений (д.у.). Основные задачи теории обыкновенных д.у. Геометрическая интерпретация д.у. первого порядка. Постановка задачи Коши. Примеры задач, приводящих к понятию д.у.</p> <p>Д.у. вида <math>y' = f(x, y)</math>. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Однородные д.у. и уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные д.у. первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Метод замен. Уравнения Бернулли и Риккати. Д.у. в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Д.у. высших порядков, допускающие понижение порядка.</p> <p>Д.у. первого порядка, неразрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Д.у. Лагранжа и Клеро. Особые решения. Методы нахождения особых решений.</p>
1.2	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	<p>Линейные д.у. n-го порядка. Понятие линейного дифференциального оператора и его свойства. Общие свойства решений однородного линейного дифференциального уравнения (л.д.у.). Линейная зависимость и независимость системы функций на промежутке. Определитель Вронского. Необходимое условие линейной зависимости. Достаточное условие линейной независимости. Примеры линейно независимых систем функций. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений однородного л.д.у.</p> <p>Фундаментальная система частных решений д.у. Теорема о существовании фундаментальной системы частных решений однородного л.д.у. Теорема об общем решении однородного л.д.у.</p>

		<p>Некоторые свойства фундаментальной системы решений однородного л.д.у.</p> <p>Однородные л.д.у. с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Построение общего решения однородного л.д.у. в случаях, когда корни характеристического уравнения действительны и различны и когда корни действительны, но среди них есть кратные. Построение общего решения однородного л.д.у. в случае, когда среди корней характеристического уравнения имеются комплексные решения.</p> <p>Неоднородные л.д.у. с переменными коэффициентами. Структура общего решения неоднородного л.д.у. Построение общего решения неоднородного л.д.у. методом вариации произвольных постоянных. Неоднородные л.д.у. с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.</p> <p>Интегрирование некоторых л.д.у. 2-го порядка посредством степенных рядов. Функции Бесселя. Гипергеометрическая функция Гаусса.</p>
1.3	Применение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка к изучению колебательных процессов	<p>Математические модели колебательных систем (поперечные колебания подвешенного на пружине тела, колебания простого маятника в среде с сопротивлением, разряд конденсатора). Свободные колебания в среде без сопротивления. Свободные колебания в среде с сопротивлением. Вынужденные колебания в среде с сопротивлением. Резонанс.</p>
<b>2</b>	<b>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	
2.1	Общая теория систем обыкновенных дифференциальных уравнений	<p>Вектор-функция. Дифференцирование и интегрирование вектор-функции. Оценка интеграла от вектор-функции. Условие Липшица для векторзначной функции.</p> <p>Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> <p>Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений.</p>
2.2	Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка	<p>Общие свойства решений однородной системы л.д.у. Фундаментальная система частных решений однородной системы л.д.у. Теорема об общем решении однородной системы л.д.у.</p> <p>Линейная однородная система с постоянными коэффициентами: а) метод исключений, б) метод Эйлера: случаи различных и кратных корней характеристического уравнения.</p> <p>Неоднородная система л.д.у. Метод вариации произвольных постоянных.</p>
<b>3</b>	<b>Качественная теория решений дифференциальных уравнений и их систем</b>	
3.1	Теория устойчивости	Понятие об устойчивости решения. Устойчивость

		по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Первая теорема Ляпунова. Вторая теорема Ляпунова. Необходимое и достаточное условие асимптотической устойчивости точки покоя линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Теорема Рауса-Гурвица и ее применения. Геометрический критерий устойчивости (критерий Михайлова).
3.2	Особые точки д.у. 1-го порядка	Приведение д.у. в зависимости от корней характеристического уравнения к простому виду. Классификация особых точек (узел, седло, фокус, центр). Исследование на наличие особых точек общего д.у.
3.3	Фазовая плоскость	Построение фазовых картин д.у. и систем д.у.
3.4	Краевые задачи для ЛДУ 2-го порядка	Основные определения и понятия, формула Грина. Единственность решения краевой задачи. Существование решения краевой задачи. Функция Грина и ее свойства.

#### Курс практических/семинарских занятий

№	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
<b>1</b>	<b>Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	
1.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка	Основные понятия курса “Дифференциальные уравнения”. Д.у. с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Однородные д.у. и приводящиеся к ним. Линейные д.у. первого порядка. Уравнения Бернулли и Риккати. Д.у. в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Д.у. высших порядков, допускающие понижение порядка. Особые решения. Методы их нахождения. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.
1.2	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнение Эйлера. Линейные неоднородные уравнения. Метод неопределенных коэффициентов (по виду правой части). Линейные неоднородные уравнения. Метод вариации произвольных

	Наименование раздела/темы дисциплины	СР	Задания по самостоятельной работе студентов
--	--------------------------------------	----	---

			постоянных.
1.3	Применение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка к изучению колебательных процессов		Интегрирование некоторых л.д.у. 2-го порядка посредством степенных рядов. Осцилляция решений л.д.у.
<b>2</b>	<b>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений</b>		
2.1	Общая теория систем обыкновенных дифференциальных уравнений		Общая теория нормальных систем обыкновенных д.у. Решение нормальных систем д.у. сведением к одному уравнению.
2.2	Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка		Метод Эйлера для решения однородных систем л.д.у. с постоянными коэффициентами. Неоднородная система л.д.у. Метод вариации произвольных постоянных.
<b>3</b>	<b>Качественная теория решений дифференциальных уравнений и их систем</b>		
3.1	Теория устойчивости		Понятие об устойчивости решения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Исследование на устойчивость точки покоя с помощью функции Ляпунова. Исследование на устойчивость точки покоя по первому приближению. Теорема Рауса-Гурвица и ее применения при исследовании на устойчивость. Геометрический критерий устойчивости (критерий Михайлова).
3.2	Особые точки д.у. 1-го порядка		Классификация особых точек (узел, седло, фокус, центр). Исследование на наличие особых точек общего д.у.
3.3	Фазовая плоскость		Построение фазовых картин систем д.у.
3.4	Краевые задачи для ЛДУ 2-го порядка		Функция Грина и ее свойства. Решение краевых задач для ЛДУ 2-го порядка

## 5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

1.	<b>Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	59,8	
1.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка	30	Доп. 1 стр. 14-16 № I (3,5,9), II (1), III (2) стр. 19-21 № I (1,4,7,10)
1.2	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	29,8	Доп. 1 стр. 22-24 № I (1,3), II (1), III (2) стр. 26: № 1,5 стр. 32-33: № 2,6,9 стр. 36: № 2,6
1.3	Применение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка к изучению колебательных процессов	4	Доп. 1 стр. 67: № 2,5 стр. 68-69: № 2,4 стр. 70: № 1,5
2.	<b>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	16	
2.1	Общая теория систем обыкновенных дифференциальных уравнений	8	Доп. 2 §12. стр. 336-341
2.2	Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка	8	Доп. 1 стр. 123-125: № 2,5,7,9,11
3.	<b>Качественная теория решений дифференциальных уравнений и их систем</b>	59,8	
3.1	Теория устойчивости	30	Доп. 1 стр. 148: № 1,2,6
3.2	Особые точки д.у. 1-го порядка.	10	Доп. 1 стр. 150-151: № 2,6,8
3.3	Фазовая плоскость	10	Доп.2 стр. 155-156 № I (1,4) № II (2), № III (2)
3.4	Краевые задачи для ЛДУ 2-го порядка	9,8	Доп.2 стр. 161: № 2,5,8,10

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### 6.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

#### Основная учебная литература:

1. Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость : учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1759-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211928> (дата обращения: 13.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) : учебное пособие / В. А. Болотюк, Л. А. Болотюк, Е. А. Швед, Ю. В. Швед. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213275> (дата обращения: 13.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-9441-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195426> (дата обращения: 13.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительная учебная литература:

1. Сабитов, К. Б. Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения / К. Б. Сабитов. — М. : Высш. шк., 2005. 671 с. (34 экз.)
2. Вагапов, В. З., Сабитова Ю.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб.пособие для вузов / В. З. Вагапов, Ю.К. Сабитова. — Стерлитамак : Изд-во СФ БашГУ, 2017. 188 с. (20 экз.+ предыдущие издания 7 экз.)

### 6.2. Перечень электронных библиотечных систем, современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование документа с указанием реквизитов
1	Договор на доступ к ЭБС ZNANIUM.COM между БашГУ в лице директора СФ БашГУ и ООО «Знаниум» № 3/22-эбс от 05.07.2022
2	Договор на доступ к ЭБС «ЭБС ЮРАЙТ» (полная коллекция) между БашГУ в лице директора СФ БашГУ и ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» № 1/22-эбс от 04.03.2022
3	Договор на доступ к ЭБС «Университетская библиотека онлайн» между БашГУ и «Нексмедиа» № 223-950 от 05.09.2022
4	Договор на доступ к ЭБС «Лань» между БашГУ и издательством «Лань» № 223-948 от 05.09.2022
5	Договор на доступ к ЭБС «Лань» между БашГУ и издательством «Лань» № 223-949 от 05.09.2022
6	Соглашение о сотрудничестве между БашГУ и издательством «Лань» № 5 от 05.09.2022
7	ЭБС «ЭБ БашГУ», бессрочный договор между БашГУ и ООО «Открытые библиотечные системы» № 095 от 01.09.2014 г.

8	Договор на БД диссертаций между БашГУ и РГБ № 223-796 от 27.07.2022
9	Договор о подключении к НЭБ и о предоставлении доступа к объектам НЭБ между БашГУ в лице директора СФ БашГУ с ФГБУ «РГБ» № 101/НЭБ/1438-П от 11.06.2019
10	Договор на доступ к ЭБС «ЭБС ЮРАЙТ» (полная коллекция) между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» № 1/23-эбс от 03.03.2023

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»)**

№ п/п	Адрес (URL)	Описание страницы
1	<a href="https://moodle.struust.ru/course/view.php?id=240">https://moodle.struust.ru/course/view.php?id=240</a>	Дистанционный курс на сайте СФ УУНиТ "Дифференциальные уравнения"

**6.3. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

Наименование программного обеспечения
Kaspersky Endpoint Security 950 /ООО «Смартлайн» Гражданско-правовой договор №44/013 от 06.12.2021
Office Standart 2007 Russian OpenLicensePack NoLevel Acdmc 200 / ООО «Общество информационных технологий». Государственный контракт №13 от 06.05.2009
Windows 7 Неограниченна 3 года/ Microsoft Imagine. Подписка №8001361124 от 04.10.2017г.
Windows XP Лицензионное соглашение MSDN. Государственный контракт №9 от 18.03.2008 г. ЗАО «СофтЛайн»

**7. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Тип учебной аудитории	Оснащенность учебной аудитории
Кабинет математики школьного типа. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория групповых и индивидуальных консультаций.	Доска, проектор, учебная мебель, учебно-наглядные пособия.
Кабинет информационных и коммуникационных технологий. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория групповых и индивидуальных консультаций	Доска, учебная мебель, компьютеры, проектор, экран