

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 30.10.2023 14:01:20
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a196149ad36

СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Факультет
Кафедра

Математики и информационных технологий
Фундаментальной математики

Рабочая программа дисциплины (модуля)

дисциплина ***Б1.В.02 Элементы теории функций и функционального анализа***

часть, формируемая участниками образовательных отношений

Направление

44.03.05
код

Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
наименование направления

Программа

Математика, Информатика

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2023 г.

Разработчик (составитель)
доктор физ.-мат. наук, заведующий кафедрой
Кожевникова Л. М.
ученая степень, должность, ФИО

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	3
2. Цели и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	3
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	4
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	4
4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах).....	4
4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)	5
5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	8
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	10
6.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	10
6.2. Перечень электронных библиотечных систем, современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем	10
6.3. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства	11
7. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)	11

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Использует знания основ математической теории и имеет представление о широком спектре приложений математики	Обучающийся должен знать: основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений
	ПК-2.2. Применяет основы математической теории в решении научно-практических задач	Обучающийся должен уметь: применять основы математической теории в решении научно-практических задач; функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей
	ПК-2.3. Реализует инструментарий формально-логической концепции математики при построении физических и математических моделей	Обучающийся должен владеть: инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении физических и математических моделей процессов и явлений

2. Цели и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Цели изучения дисциплины:

1. оснастить студентов математическим аппаратом, необходимым для применения математических методов в практической деятельности и в исследованиях;
2. познакомить студентов с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы функционального анализа;
3. дать студентам знания по метрическим пространствам, функционалам и операторам в банаховых пространствах, необходимые для понимания других математических дисциплин.

Дисциплина «Элементы теории функций и функционального анализа» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 6 семестре

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 5 зач. ед., 180 акад. ч.

Объем дисциплины	Всего часов
	Очная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины	180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	16
практических (семинарских)	32
лабораторных	16
другие формы контактной работы (ФКР)	1,2
Учебных часов на контроль (включая часы подготовки):	34,8
экзамен	
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	80

Формы контроля	Семестры
экзамен	6

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

№ п/п	Наименование раздела / темы дисциплины	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
		Контактная работа с преподавателем			СР
		Лек	Пр/Сем	Лаб	
1	Линейные, нормированные и банаховы пространства	6	12	6	30
1.1	Линейные нормированные пространства	1	2	1	5
1.2	Банаховы пространства	1	2	1	5
1.3	Пространства со скалярным произведением	1	2	1	5
1.4	Гильбертовы пространства	1	2	1	5
1.5	Метрические пространства	1	2	1	5
1.6	Пространства Лебега и Соболева	1	2	1	5
2	Линейные операторы	4	8	4	20
2.1	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	1	2	1	5
2.2	Пространство ограниченных линейных операторов	1	2	1	5
2.3	Обратные операторы	1	2	1	5

2.4	Замкнутые операторы	1	2	1	5
3	Сопряженные пространства и операторы	4	8	4	20
3.1	Непрерывные линейные функционалы	1	2	1	5
3.2	Сопряженные пространства	1	2	1	5
3.3	Слабая сходимость, рефлексивность	1	2	1	5
3.4	Сопряженные операторы	1	2	1	5
4	Компактные множества и вполне непрерывные операторы	2	4	2	10
4.1	Компактные множества в нормированных пространствах	1	2	1	5
4.2	Линейные вполне непрерывные операторы	1	2	1	5
	Итого	16	32	16	80

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Курс лекционных занятий

№	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1	Линейные, нормированные и банаховы пространства	
1.1	Линейные нормированные пространства	Определение и примеры линейных пространств (л.п.), линейная зависимость и линейная независимость элементов, конечномерные и бесконечномерные л.п., линейные многообразия, изоморфизм л.п., выпуклые множества в л.п.. Определение и примеры нормированных пространств (н.п.), метрические пространства, предел последовательности в н.п., неравенства Гельдера и Минковского для сумм и интегральные. Открытое и замкнутое множества, предельная точка множества, внешняя, внутренняя и граничная точки множества, эквивалентность норм в конечномерных н.п., подпространства н.п., линейные многообразия, плотные в н.п., изоморфизм, изометрия и вложение н.п..
1.2	Банаховы пространства	Определение и примеры Банаховых пространств (б.п.), ряды в н.п. и б.п., б.п. со счетным базисом и сепарабельные пространства, принцип вложенных шаров, множества I и II категории.
1.3	Пространства со скалярным произведением	Определение и примеры Евклидовы пространства (е.п.), неравенство Коши-Буняковского, ортогональные и ортонормированные системы, процесс ортогонализации Шмидта, свойства скалярного произведения.
1.4	Гильбертовы пространства	Определение и примеры гильбертовых пространств (г.п.), расстояние от точки до замкнутого выпуклого множества, расстояние от точки до подпространства, ортогональные дополнения, ряды Фурье в г.п., неравенство Бесселя, полные ортогональные системы, равенство Парсеваля, ортогональные разложения в г.п..

1.5	Метрические пространства	Определение и примеры метрических пространств.
1.6	Пространства Лебега и Соболева	Теорема о пополнении пространства Лебега. Пополнение пространств со скалярным произведением. Пространства Лебега. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных и банаховых пространств. Множества меры нуль, эквивалентные функции, сходимость почти всюду и сходимость в среднем, функции, интегрируемые по Лебегу, основные свойства). Интеграл Римана и интеграл Лебега. Пространства Соболева (определение, $H^1(a,b)$, обобщенная производная, теорема вложения, абсолютная непрерывность функций из $H^1(a,b)$, $H^1(G)$, $H^0_1(G)$).
2	Линейные операторы	
2.1	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	Определение оператора, взаимно однозначные операторы, суперпозиция операторов, операторы в н.п., предел и непрерывность. Определение линейных операторов (л.о.), непрерывные л.о., ограниченные л.о., их эквивалентность, примеры л.о.
2.2	Пространство ограниченных линейных операторов	Нормированное пространство линейных операторов $L(X,Y)$, равномерная сходимость л.о., ряды в $L(X,Y)$, пространство $L(X)$). Сильная сходимость в $L(X,Y)$, принцип равномерной ограниченности, продолжение л.о. по непрерывности.
2.3	Обратные операторы	Множество нулей $N(A)$, критерий существования ограниченного обратного оператора, теорема Банаха. Примеры обратных операторов (о.о.), левый и правый о.о.
2.4	Замкнутые операторы	Прямая сумма б.п., график оператора, замкнутый оператор. Теорема Банаха о замкнутом графике и ее следствия, норма графика и эквивалентные ей нормы.
3	Сопряженные пространства и операторы	
3.1	Непрерывные линейные функционалы	Определение непрерывного линейного функционала. Теорема Хана-Банаха и ее следствия.
3.2	Сопряженные пространства	Определение сопряженного пространства, два вида сходимости в сопряженном пространстве, теорема Рисса об общем виде линейных функционалов в гильбертовом пространстве, рефлексивные пространства, слабая сходимость в нормированных пространствах.
3.3	Слабая сходимость, рефлексивность	Рефлексивные пространства, слабая сходимость в нормированных пространствах.
3.4	Сопряженные операторы	Определение сопряженного оператора, самосопряженные операторы, неотрицательные операторы, определение симметрического оператора, операторы ортогонального проектирования.
4	Компактные множества и вполне непрерывные операторы	
4.1	Компактные множества в нормированных пространствах	Компактные множества, бикомпактные множества, компактные множества в нормированных пространствах, критерий компактности Хаусдорфа, компактность и конечномерность, теорема Арцела, слабая компактность.
4.2	Линейные вполне непрерывные	Определение вполне непрерывного оператора, вполне непрерывные операторы и слабая сходимость, теорема

	операторы	Шаудера.
--	-----------	----------

Курс практических/семинарских занятий

№	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1	Линейные, нормированные и банаховы пространства	
1.1	Линейные нормированные пространства	Определение и примеры линейных пространств (л.п.), линейная зависимость и линейная независимость элементов, конечномерные и бесконечномерные л.п, линейные многообразия, изоморфизм л.п., выпуклые множества в л.п.. Определение и примеры нормированных пространств (н.п.), предел последовательности в н.п., неравенства Гельдера и Минковского для сумм и интегральные. Открытое и замкнутое множества, предельная точка множества, внешняя, внутренняя и граничная точки множества, эквивалентность норм в конечномерных н.п., подпространства н.п.
1.2	Банаховы пространства	Определение и примеры Банаховых пространств (б.п.), ряды в н.п. и б.п., б.п. со счетным базисом и сепарабельные пространства, принцип вложенных шаров, множества I и II категории.
1.3	Пространства со скалярным произведением	Определение и примеры Евклидовы пространства (е.п.), неравенство Коши-Буняковского, ортогональные и ортонормированные системы, процесс ортогонализации Шмидта, свойства скалярного произведения.
1.4	Гильбертовы пространства	Определение и примеры гильбертовых пространств (г.п.), ортогональные дополнения, ряды Фурье в г.п., ортогональные разложения в г.п.
1.5	Метрические пространства	Определение и примеры метрических пространств.
1.6	Пространства Лебега и Соболева	Множества меры нуль, эквивалентные функции, сходимость почти всюду и сходимость в среднем, функции, интегрируемые по Лебегу, основные свойства. Интеграл Римана и интеграл Лебега. Пространства Соболева (определение, $H^1(a,b)$), обобщенная производная, теорема вложения, абсолютная непрерывность функций из $H^1(a,b)$, $H^1(G)$, $H^1(G)$.
2	Линейные операторы	
2.1	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	Определение оператора, взаимно однозначные операторы, суперпозиция операторов, операторы в н.п., предел и непрерывность. Определение линейных операторов (л.о.), непрерывные л.о., ограниченные л.о., их эквивалентность, примеры л.о.
2.2	Пространство ограниченных линейных операторов	Нормированное пространство линейных операторов $L(X, Y)$, равномерная сходимость л.о., ряды в $L(X, Y)$, пространство $L(X)$. Сильная сходимость в $L(X, Y)$.
2.3	Обратные операторы	Множество нулей $N(A)$, критерий существования ограниченного обратного оператора, теорема Банаха. Примеры обратных операторов (о.о.), левый и правый о.о.
2.4	Замкнутые операторы	Прямая сумма б.п., график оператора, замкнутый оператор.

		Теорема Банаха о замкнутом графике и ее следствия, норма графика и эквивалентные ей нормы.
3	Сопряженные пространства и операторы	
3.1	Непрерывные линейные функционалы	Определение непрерывного линейного функционала. Теорема Хана-Банаха и ее следствия.
3.2	Сопряженные пространства	Определение сопряженного пространства, два вида сходимости в сопряженном пространстве, теорема Рисса об общем виде линейных функционалов в гильбертовом пространстве, рефлексивные пространства, слабая сходимость в нормированных пространствах.
3.3	Слабая сходимость, рефлексивность	Рефлексивные пространства, слабая сходимость в нормированных пространствах.
3.4	Сопряженные операторы	Определение сопряженного оператора, самосопряженные операторы, неотрицательные операторы, определение симметрического оператора, операторы ортогонального проектирования.
4	Компактные множества и вполне непрерывные операторы	
4.1	Компактные множества в нормированных пространствах	Компактные множества, бикомпактные множества, компактные множества в нормированных пространствах, критерий компактности Хаусдорфа, компактность и конечномерность, теорема Арцела, слабая компактность.
4.2	Линейные вполне непрерывные операторы	Определение вполне непрерывного оператора, вполне непрерывные операторы и слабая сходимость, теорема Шаудера.

Курс лабораторных занятий

№	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1	Линейные, нормированные и банаховы пространства	
1.1	Линейные нормированные пространства	Лабораторная работа 1
1.2	Банаховы пространства	Лабораторная работа 1
1.3	Пространства со скалярным произведением	Лабораторная работа 2
1.4	Гильбертовы пространства	Лабораторная работа 2
1.5	Метрические пространства	Лабораторная работа 3
1.6	Пространства Лебега и Соболева	Лабораторная работа 3
2	Линейные операторы	
2.1	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	Лабораторная работа 4
2.2	Пространство ограниченных линейных операторов	Лабораторная работа 4
2.3	Обратные операторы	Лабораторная работа 5
2.4	Замкнутые операторы	Лабораторная работа 5
3	Сопряженные пространства и операторы	
3.1	Непрерывные линейные функционалы	Лабораторная работа 6
3.2	Сопряженные пространства	Лабораторная работа 6
3.3	Слабая сходимость, рефлексивность	Лабораторная работа 7
3.4	Сопряженные операторы	Лабораторная работа 7
4	Компактные множества и вполне непрерывные операторы	
4.1	Компактные множества в нормированных пространствах	Лабораторная работа 8
4.2	Линейные вполне непрерывные операторы	Лабораторная работа 8

5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Тема и содержание	СР	Задания по самостоятельной работе студентов
1.	Линейные, нормированные и банаховы пространства	30	
1.1.	Линейные нормированные пространства	5	[1 доп.] 1.2.22, 1.2.32, 1.2.47, 1.2.54
1.2.	Банаховы пространства	5	[1 доп.] 2.2.9, 2.2.18, 2.2.20
1.3.	Пространства со скалярным произведением	5	[1 доп.] 3.2.8, 3.2.13, 3.2.18
1.4.	Гильбертовы пространства	5	[1 доп.] 3.2.22, 3.2.24, 3.2.27, 3.2.34
1.5.	Метрические пространства	5	[1 доп.] 5.2.3, 5.2.10, 5.2.17, 5.2.23
1.6.	Пространства Лебега и Соболева	5	[1 доп.] 4.2.3, 4.2.13, 4.2.17, 4.2.29
2.	Линейные операторы	20	
2.1.	Непрерывность и ограниченность линейных операторов	5	[1 доп.] 6.2.3, 6.2.8, 6.2.11, 6.2.15
2.2.	Пространство ограниченных линейных операторов	5	[1 доп.] 7.2.10, 7.2.17, 7.2.19, 7.2.27
2.3.	Обратные операторы	5	
2.4.	Замкнутые операторы	5	[1 доп.] 8.2.21, 8.2.24, 8.2.28
3.	Сопряженные пространства и операторы	20	
3.1.	Непрерывные линейные функционалы	5	[1 доп.] 9.2.3, 9.2.8
3.2.	Сопряженные пространства	5	[1 доп.] 9.2.9, 9.2.10
3.3.	Слабая сходимость, рефлексивность	5	[2] 13.8, 13.10, 13.16
3.4.	Сопряженные операторы	5	[2] 14.9, 14.10, 14.15
	Компактные множества и вполне непрерывные	10	

4.	операторы		
4.1.	Компактные множества в нормированных пространствах	5	[2] 15.13, 15.23, 15.30
4.2.	Линейные вполне непрерывные операторы	5	[2] 16.16, 16.45, 16.49
	ИТОГО	80	

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

6.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная учебная литература:

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник : [16+] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (дата обращения: 16.06.2023). – ISBN 978-5-9221-0266-7. – Текст : электронный.
2. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2005. – 240 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82612> (дата обращения: 16.06.2023). – ISBN 5-9221-0271-0. – Текст : электронный.
3. Треногин, В. А. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 488 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613> (дата обращения: 16.06.2023). – ISBN 5-9221-0272-9. – Текст : электронный.

Дополнительная учебная литература:

1. Кожевникова Л.М. Элементы функционального анализа Стерлитамак: СФ БашГУ, 2015. 132с. (23 экз.)

6.2. Перечень электронных библиотечных систем, современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование документа с указанием реквизитов
1	Договор на доступ к ЭБС ZNANIUM.COM между БашГУ в лице директора СФ БашГУ и ООО «Знаниум» № 3/22-эбс от 05.07.2022
2	Договор на доступ к ЭБС «ЭБС ЮРАЙТ» (полная коллекция) между БашГУ в лице директора СФ БашГУ и ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» № 1/22-эбс от 04.03.2022
3	Договор на доступ к ЭБС «Университетская библиотека онлайн» между БашГУ и «Нексмедиа» № 223-950 от 05.09.2022
4	Договор на доступ к ЭБС «Лань» между БашГУ и издательством «Лань» № 223-948 от 05.09.2022
5	Договор на доступ к ЭБС «Лань» между БашГУ и издательством «Лань» № 223-949 от 05.09.2022

6	Соглашение о сотрудничестве между БашГУ и издательством «Лань» № 5 от 05.09.2022
7	ЭБС «ЭБ БашГУ», бессрочный договор между БашГУ и ООО «Открытые библиотечные системы» № 095 от 01.09.2014 г.
8	Договор на БД диссертаций между БашГУ и РГБ № 223-796 от 27.07.2022
9	Договор о подключении к НЭБ и о предоставлении доступа к объектам НЭБ между БашГУ в лице директора СФ БашГУ с ФГБУ «РГБ» № 101/НЭБ/1438-П от 11.06.2019
10	Договор на доступ к ЭБС «ЭБС ЮРАЙТ» (полная коллекция) между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» № 1/23-эбс от 03.03.2023

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»)

№ п/п	Адрес (URL)	Описание страницы
1	https://moodle.struust.ru/course/view.php?id=241	Дистанционный курс "Функциональный анализ"

6.3. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

Наименование программного обеспечения
Kaspersky Endpoint Security 950 /ООО «Смартлайн» Гражданско-правовой договор №44/013 от 06.12.2021
Office Standart 2007 Russian OpenLicensePack NoLevel Acdmc 137 / ЗАО «СофтЛайн Трейд». Государственный контракт от 18.03.2008
Office Standart 2007 Russian OpenLicensePack NoLevel Acdmc 200 / ООО «Общество информационных технологий». Государственный контракт №13 от 06.05.2009
Windows 7 Неограничена 3 года/ Microsoft Imagine. Подписка №8001361124 от 04.10.2017г.
Windows XP Лицензионное соглашение MSDN. Государственный контракт №9 от 18.03.2008 г. ЗАО «СофтЛайн»

7. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Тип учебной аудитории	Оснащенность учебной аудитории
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория курсового проектирования (выполнения курсовых работ)	Доска, учебная мебель, проектор, экран, компьютеры, учебно-наглядные пособия.
Кабинет информационных и коммуникационных технологий. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория групповых и индивидуальных консультаций	Доска, учебная мебель, компьютеры, проектор, экран
Кабинет математики школьного типа. Учебная аудитория для	Доска, проектор, учебная

проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория групповых и индивидуальных консультаций.	мебель, учебно-наглядные пособия.
---	-----------------------------------